

Das Stochastik Script - FOS 11

Daniel Roth

October 24, 2023

Mathematics is beautiful, Philosophy is ugly

1 Ergebnisräume

Aufgabe 1. *Kasumi hat einen Farbkasten mit folgenden Farben: rot, gelb, blau, grün, lila, orange, pink, schwarz, weiß, grau.*

a) *Bestimme den Ergebnisraum und die Größe des Ergebnisraums*

b) *Gib in aufzählender Mengenschreibweise an:*

R: Hat rote Anteile

B: Hat blaue Anteile

$R \cup B$

$R \cap B$

$\overline{R} \cup B$

$R \setminus B$

$R \cup \overline{B}$

c) *Beschreibe das Ereignis $E = \{\text{weiß; schwarz}\}$*

Aufgabe 2. *Die EU besteht heute aus 27 Ländern, diese bilden einen Ergebnisraum eines Zufallsexperiments.*

a) *Gib in aufzählender Mengenschreibweise an:*

S: Skandinavien

M: Liegt am Mittelmeer

G: Mehr als 40 Mio. Einwohner

$S \cap G$

$M \cup G$

$M \setminus G$

$\overline{S} \cap \overline{M}$

c) *Beschreibe das Ereignis*

$N = \{\text{Daenemark; Polen; Tschechien ; Oesterreich; Frankreich; Belgien; Niederlande}\}$

Aufgabe 3. Auf der Speisekarte finden sich folgende Teesorten: *E*: Earl Grey; *R*: Roiboos; *M*: Matcha; *B*: Breakfast; *G*: Grüner Vanille Tee; *D*: Darjeeling; *F*: Früchtetee

a) Geben Sie in aufzählender Mengenschreibweise an:

S: Schwarzer Tee

Gr: Grüner Tee

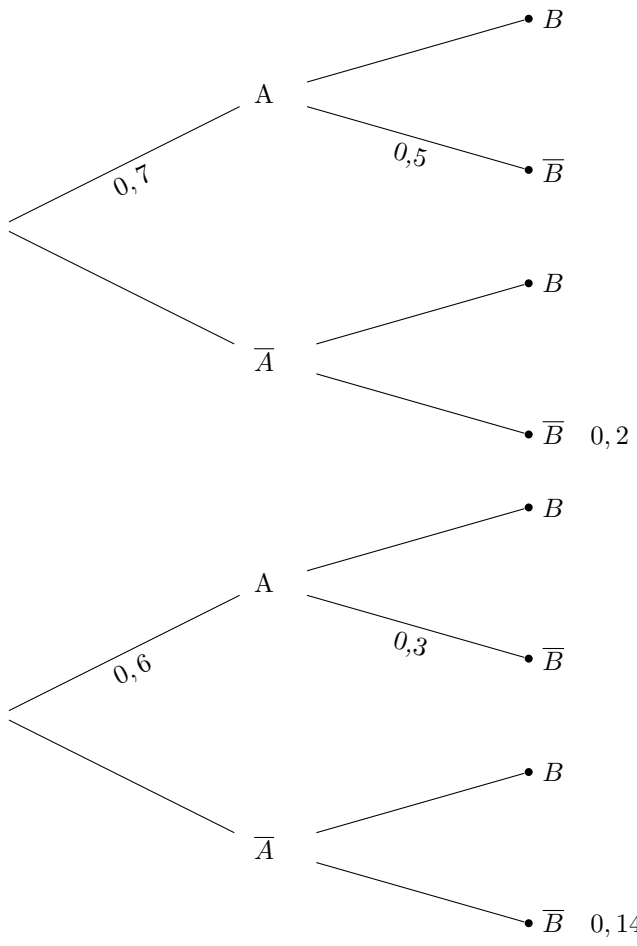
$S \cup \overline{Gr}$

$S \setminus M$

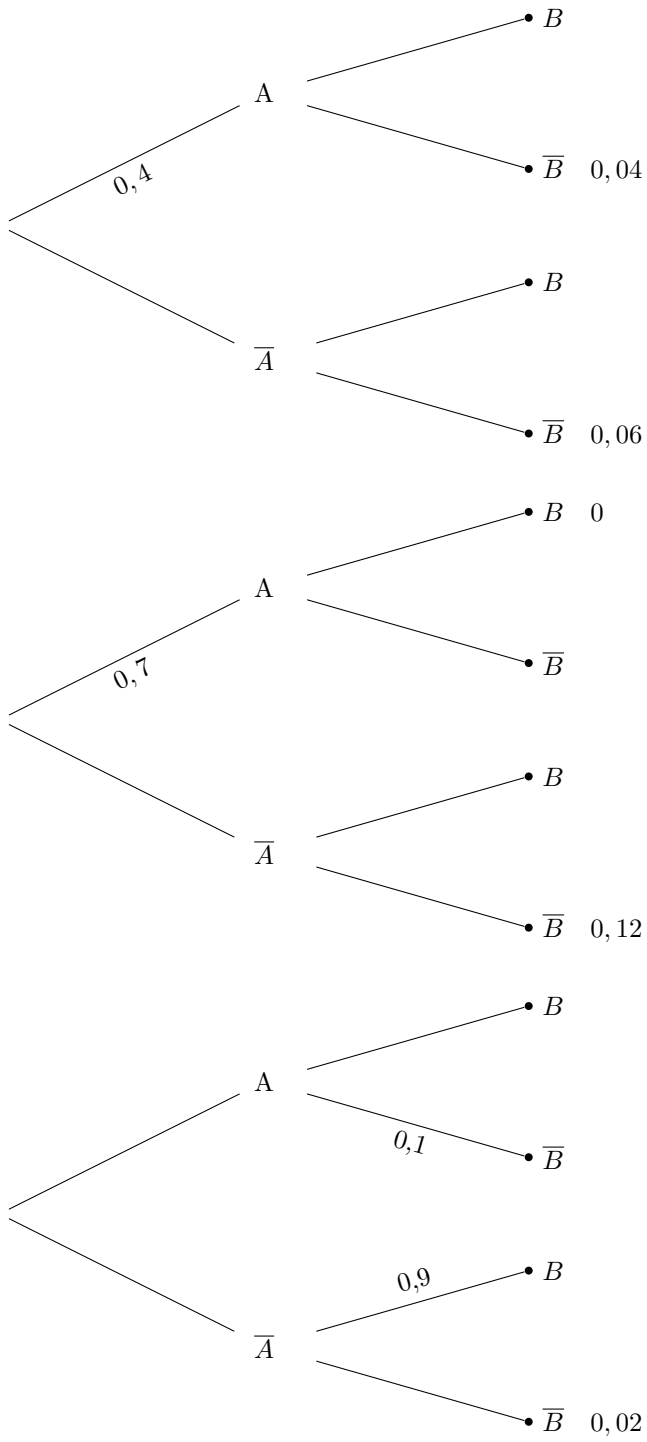
b) Beschreibe das Ereignis $H = \overline{S} \cup \overline{Gr}$ in eigenen Worten

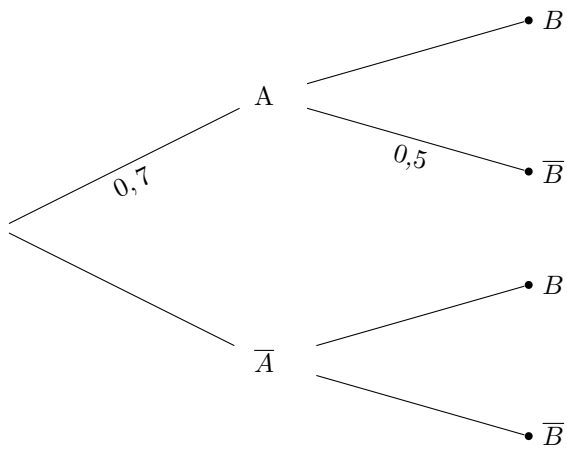
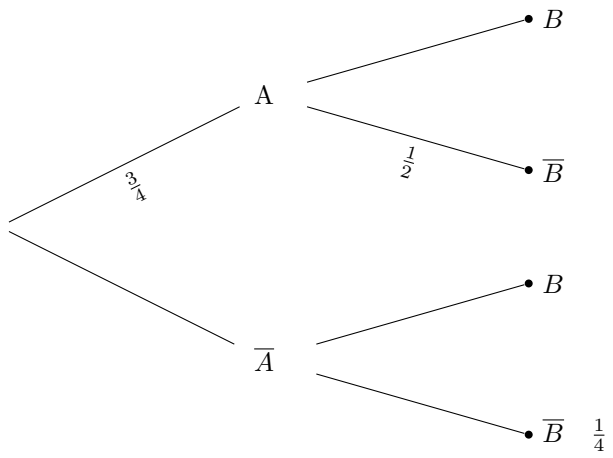
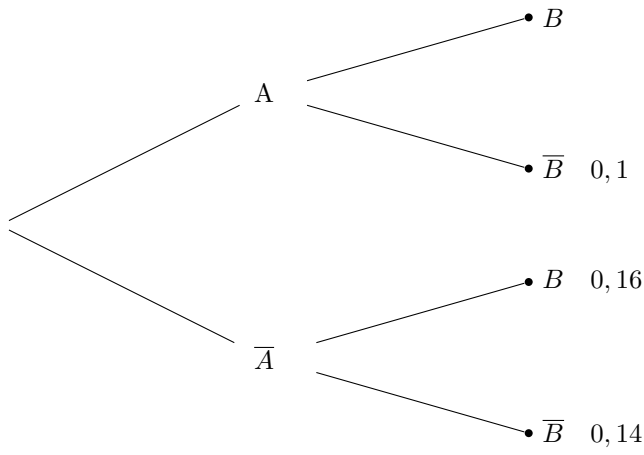
2 Baumdiagramme

Aufgabe 4. Fülle das Baumdiagramm vollständig aus. Gib dann die Wahrscheinlichkeiten $P(B)$, $P(A \cup B)$ an und gib an, ob die Ereignisse A , B stochastisch unabhängig sind.

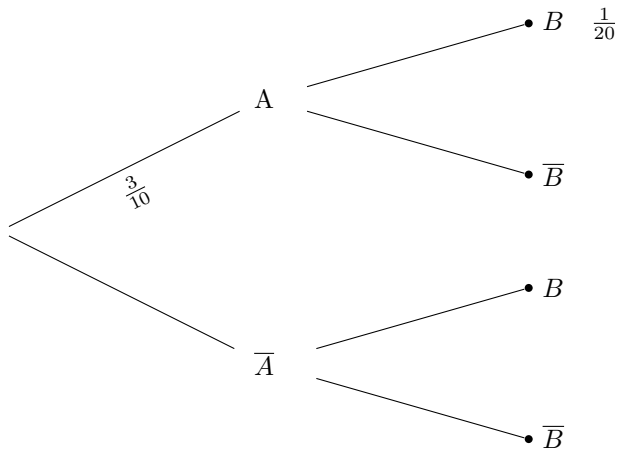


2.1 O

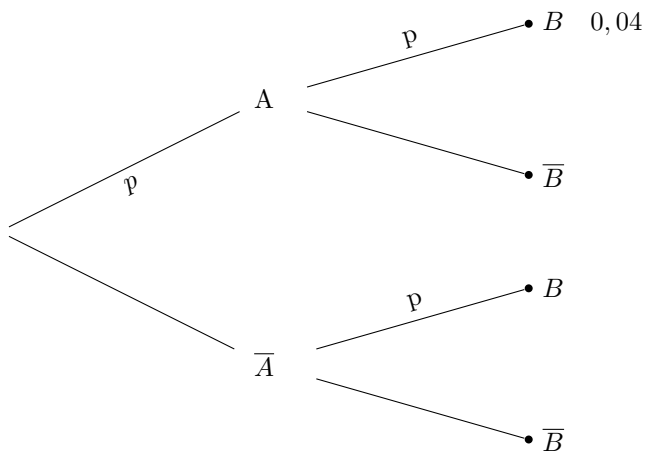
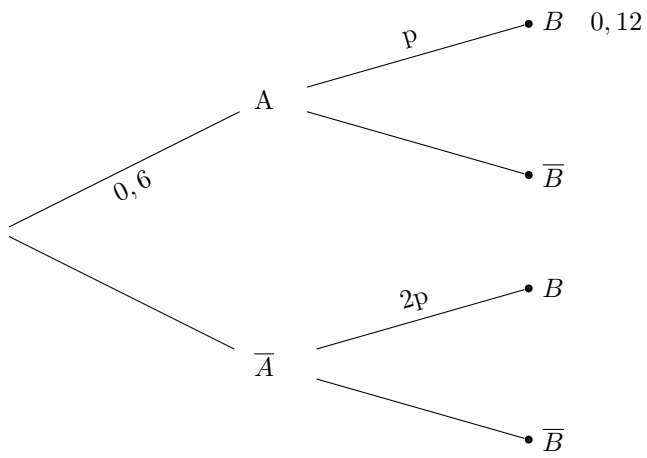


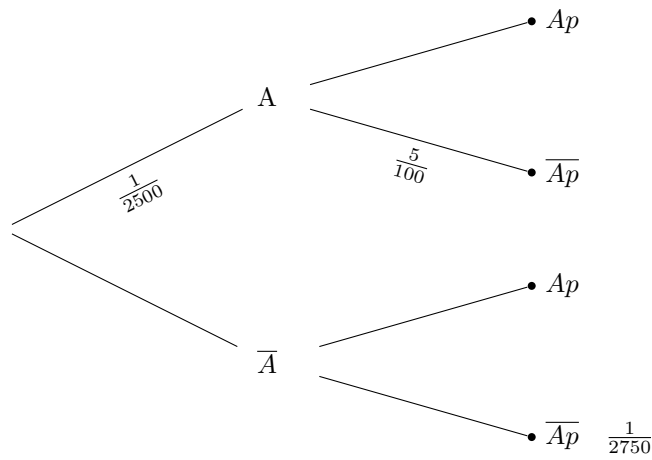


wobei A, B stochastisch unabhängig sind



wobei A, B stochastisch unabhängig sind





Aufgabe 5. Für eine Aufnahmeprüfung an einer Hochschule melden sich erfahrungsgemäß Erstanmelder als auch Wiederholer an. 25 % der Kandidaten sind Wiederholer. 15% der Wiederholer und 28% der anderen Kandidaten bestehen die Prüfung nicht. Ein Kandidat wird zufällig ausgewählt. a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er Wiederholer und zugleich einer, der nicht besteht? b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Kandidat Wiederholer, wenn er bestanden hat?

Aufgabe 6. 60% der Kunden eines Kaufhauses parken in der Tiefgarage. Von denen in der Tiefgarage parkenden Kunden tätigen 90% einen Einkauf. 5% aller Kunden benutzen weder die Tiefgarage noch kaufen sie etwas ein. a) Wie viel Prozent der Kunden tätigen einen Einkauf? b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Kunde, der nicht in der Tiefgarage parkt, etwas einkauft. c) An der Kasse steht ein Kunde. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er die Tiefgarage benutzt?

Aufgabe 7. Die Firma Brettlmaier ist ein Holz verarbeitender Betrieb, der Profilbretter herstellt. Die Stämme, die zu Profilbrettern geschnitten werden, bezieht die Firma Brettlmaier von einem Händler, der das Holz waggonweise anliefert. 80 % der Waggons enthalten ausschließlich Stämme aus Europa; der Rest der Waggons hat ausschließlich Ware aus nichteuropäischen Ländern geladen. Nach dem Schnitt werden die Profilbretter nach den Qualitätsstufen A und B sortiert. Man erhält aus den europäischen Stämmen 65 % A-Bretter. Insgesamt liegt der Anteil der A-Sortierung bei 58 %. a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein beliebig ausgewähltes Brett der B-Sortierung aus nichteuropäischem Holz hergestellt worden ist?

Aufgabe 8. Man liest gelegentlich, eine nach rechts geneigte Handschrift weise darauf hin, dass die zugehörige Person aufgeschlossen ist. In einem Unternehmen mit 50 Angestellten gelten 35 als aufgeschlossen. 40 % der als aufgeschlossen geltenden Angestellten haben eine Handschrift, die nicht nach rechts geneigt ist.

Sechs Angestellte, die nicht als aufgeschlossen gelten, haben eine nach rechts geneigte Handschrift. Betrachtet werden folgende Ereignisse:

A: Ein zufällig ausgewählter Angestellter gilt als aufgeschlossen.

R: Ein zufällig ausgewählter Angestellter hat eine nach rechts geneigte Handschrift.

a) Beschreiben Sie das Ereignis $\overline{A \cap R}$ im Sachzusammenhang. b) Erstellen Sie zu der beschriebenen Situation ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm. c) Begründen Sie, dass die Ereignisse *A* und *R* abhängig sind. d) Von den im einleitenden Text angegebenen Zahlenwerten soll nur der Prozentsatz 40 % so geändert werden, dass die Ereignisse *A* und *R* unabhängig sind. Geben Sie den geänderten Wert an.

Aufgabe 9. In einer Urne *A* befinden sich zwei rote und drei weiße Kugeln. Urne *B* enthält drei rote und zwei weiße Kugeln. Betrachtet wird folgendes Zufallsexperiment: Aus Urne *A* wird eine Kugel zufällig entnommen und in Urne *B* gelegt; danach wird aus Urne *B* eine Kugel zufällig entnommen und in Urne *A* gelegt a) Geben Sie alle Möglichkeiten für den Inhalt der Urne *A* nach der Durchführung des Zufallsexperiments an. b) Betrachtet wird das Ereignis *E*: Nach Durchführung des Zufallsexperiments befinden sich wieder drei weiße Kugeln in Urne *A*. Untersuchen Sie, ob das Ereignis *E* eine größere Wahrscheinlichkeit als sein Gegenereignis hat

3 Die Vierfeldertafel

1. Ergänze die Vierfeldertafel und prüfe die stochastische Unabhängigkeit

	A	\bar{A}	
B	0,21		
\bar{B}		0,52	0,77
			1

2. Ergänze die Vierfeldertafel und prüfe die stochastische Unabhängigkeit

	A	\bar{A}	
B	0,20		0,55
\bar{B}	0,13		
			1

3. Ergänze die Vierfeldertafel und prüfe die stochastische Unabhängigkeit

	A	\bar{A}	
B	23		
\bar{B}		56	80
			100

4. Ergänze die Vierfeldertafel und prüfe die stochastische Unabhängigkeit

	A	\bar{A}	
B		7	
\bar{B}			77
		90	100

5. Ergänze die Vierfeldertafel und prüfe die stochastische Unabhängigkeit

	A	\bar{A}	
B		14	
\bar{B}	9		77
			150

6. Ergänze die Vierfeldertafel und prüfe die stochastische Unabhängigkeit

	A	\bar{A}	
B	21	68	
\bar{B}	42		178

7. Ergänze die Vierfeldertafel und prüfe die stochastische Unabhängigkeit

	A	\bar{A}	
B	70	22	
\bar{B}		12	
			124

8. Ergänze die Vierfeldertafel und prüfe die stochastische Unabhängigkeit

	A	\bar{A}	
B	$\frac{1}{10}$		
\bar{B}		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
			1

9. Ergänze die Vierfeldertafel und prüfe die stochastische Unabhängigkeit

	A	\bar{A}	
B	0		
\bar{B}		0,5	0,7
			1

10. Ergänze die Vierfeldertafel, wenn A, B stochastisch unabhängig sind.

	A	\bar{A}	
B	0,20		0,6
\bar{B}			
			1

11. Ergänze die Vierfeldertafel, wenn A, B stochastisch unabhängig sind.

	A	\bar{A}	
B			0,5
\bar{B}	0,2		
			1

12. Ergänze die Vierfeldertafel, wenn A, B stochastisch unabhängig sind.

	A	\bar{A}	
B			
\bar{B}		0,6	0,9
			1

3.1 Textaufgaben

Aufgabe 10. Am IPA (Institut für Paranormale Aktivitäten unter Jugendlichen) befinden sich 200 Schüler. 140 sind blond, 80 besitzen ein eigenes Auto. 60 Schüler sowohl blond sind als auch Autobesitzer. a) Wie viel Prozent der blonden Schüler besitzen ein Auto? b) Sind die beiden Ereignisse stochastisch unabhängig? c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein beliebig ausgewählter Schüler blond ist oder ein Auto besitzt?

Aufgabe 11. 2 der 200 Schüler des IPA sind hochbegabte Frauen. a) Wenn es 104 Frauen und 3 Hochbegabte am Institut gibt, wie viel Prozent der Schüler sind dann normale Jungs? b) Wieviel Prozent der Frauen und wieviel Prozent der Jungen sind hochbegabt? c) Prüfen Sie auf stochastische Unabhängigkeit.

Aufgabe 12. Unter den 24 Mitarbeiter einer Abteilung sind 10 Frauen. 10 Mitarbeiter haben dieses Jahr einen Bonus ausbezahlt bekommen, dabei wurde

die Hälfte der Frauen bedacht. Wieviel Prozent der Männer bekamen einen Bonus? Sind die Ereignisse, "Bonus" und "Geschlecht" stochastisch abhängig?

Aufgabe 13. In einer 19-köpfigen, - 8 Mädchen, 11 Jungen - Grundschulklasse wurden 12 Schüler aufs Gymnasium zugelassen, 4 bekamen die Realschulzulassung, die restlichen müssen eine Hauptschule besuchen, darunter zwei Mädchen. Kein Mädchen geht auf die Realschule. Sind "Geschlecht" und "Weiterführende Schule" stochastisch abhängig? Berechnen sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Mädchen dieser Klasse auf das Gymnasium, (die Realschule, die Hauptschule) geht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig ausgewählter Gymnasiast ein Junge?

Aufgabe 14. * In einer Molkerei beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Joghurtbecher beschädigt und somit unverkäuflich ist 5 %. Die beschädigten Becher weisen ausschließlich folgende Schäden auf: E: Aludeckel eingedrückt oder G: Becher gebrochen. Der Schaden E tritt bei 4 % aller Becher, der Schaden G bei 40 % der beschädigten Becher auf.

- a) Ermitteln Sie, ob die Schäden E und G unabhängig voneinander auftreten.
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Becher, dessen Deckel eingedrückt ist, gebrochen?

Aufgabe 15. * Bei einem Einstellungstermin für den Polizeidienst waren 40 % der Bewerber Frauen, von denen 90 % die Aufnahmeprüfung bestanden. Drei Viertel derjenigen, die scheiterten, waren männlich. a) Welcher Anteil der männlichen Teilnehmer hat die Aufnahmeprüfung bestanden?